

WWW を利用した研究室配属支援のための制度設計 —社会的マッチング理論による理論的分析—

Design of an Institution for Supporting Laboratory Assignment on the WWW

-Theoretical Analysis Using the Social Matching Theory-

富山慶典 細野文雄
群馬大学 社会情報学部

Yoshinori TOMIYAMA Fumio HOSONO

Faculty of Social and Information Studies, Gunma University

"Laboratory assignment" is a process to assign students to laboratories for their graduation research. It assumes the following conditions: every student should belong to one and only one laboratory, the maximum number of students for each laboratory is fixed and announced in advance, and the process of assignment depends only on the preferences of the students and teachers involved. Under this assumption, we consider a laboratory assignment institution for each student to be able to belong to some laboratory. Among the institutions ever proposed for the same or a similar purpose is "Sequential Selection Institution," which has actually been used in some faculties in Japanese universities. This institution, however, has some problems: possible unfairness in assignment processes, existence of incentives to show untrue preferences and instability on assignment outcomes. In this paper, we propose a new institution which not only satisfies the conditions required but also avoids these problems, using the social matching theory as a branch of game theory.

1. はじめに

研究室配属とは、大学における卒業研究やゼミナール活動などのために、学生を研究室に配属させることをいう。学生が所属できる研究室数に制限を設けるのか。研究室に配属される学生数に定員を設けるのか。学生の意向だけでもとづいて配属するのか、研究室の意向だけでもとづいて配属するのか、それとも学生と研究室の両方の意向にもとづいて配属するのか。そして、すべての学生をどこかの研究室に必ず配属しなければならないのか。これらをどのように設定するかによって、研究室配属制度はさまざまに異なってくる。本研究は、“学生は1つの研究室にしか所属できず、研究室は定員をもち、学生と研究室の両方の意向にもとづいて配属するということを前提として、すべての学生をどこかの研究室に必ず配属しなければならない”という要請を満たす制度を検討の対象とする。研究室配属制度へのこの要請が妥当となる現実の状況としては、たとえば3年生のゼミや4年生の卒業研究が必修科目となっており、学生はこれらの科目を履修しながら、どこかの研究室の1人の指導教官のもとで卒業論文を執筆する、といったことがあげられる。

逐次選抜制度 このような要請を満たす研究室配属制度の1つに「逐次選抜制度」がある。すなわち、1次選抜で一部の学生の研究室配属を決定し、1次選抜で決定されなかった一部の学生の研究室配属を2次選抜で決定し、2次選抜で決定されなかった一部の学生の研究室配属を3次選抜で決定し、すべての学生の研究室配属を決定できるまでこの過程を繰り返していく、というものである。この逐次選抜制度は架空の制度ではない。著者が所属してきた3つの学部で実際に用いられていた。しかし、残念ながら、この逐次選抜制度はまさにそれ自身の逐次決定性という特徴ゆえにさまざまな問題点をもっている。ここでは、次に示す3つの問題点に注目したい。

問題点1 そもそも研究室配属は、すべての学生と研究室が同一な過程のもとで行われるべきであると考ええる。教育の公平性を保つためである。しかし、逐次決定性は学生や研究室に配属過程におけるさまざまな差異を持ち込む。まず、1次選抜で研究室配属が決定した学生と、それ以降の選抜で決定した学生との間に、それぞれ最終決定までの面談回数や決定時期などの差を生み出す。この差は、1次選抜だけしか参加しなかった研究室とそれ以降の選抜にも参加した研究室との間にも同様に生じる。また、後述の第2、第3の問題点を引き起こす主因であるという意味でより重要な差異として、1次選抜で拒否された学生は、1次選抜で満員となってしまった研究室には、2次選抜では希望を提出することすらできないということがある。学生

にとって、1次選抜時でもそれ以降の選抜時でも、すべての研究室を同じ条件下で選択できるようになっていないのである。かくして第1の問題点は、逐次決定性が配属過程そのものに制度上の不公平性を生み出しているということである。

問題点2 これらの差異は相まって、研究室配属に直面した学生に真の第1希望を提出すべきかどうかについて、かなり大きな精神的負担を強いることになる。すなわち、ある学生が研究室 a 、 b の順に真に希望しているとしよう。まず、この学生は研究室 a を1次選抜での第1希望にしようと素直に考えるだろう。しかし、次の瞬間には、次のような想いが浮かぶ。もし1次選抜で拒否されたらどうしよう！2次選抜でまた面接などをするのはめんどくさいし格好悪い。その時には第2希望の研究室 b に空き定員があるかどうかの保証もない。もし空き定員がなかったら、もっと下位の研究室しか希望できなくなる恐れもある。1次選抜の時点なら、研究室 b が受け入れてくれる可能性は研究室 a のそれよりも高い。前者の先生の科目の成績はAだったけど、後者のそれはBだったから。1次選抜では真の第1希望である研究室 a と書くべきか、それとも偽って研究室 b と書くべきか。それが問題だ！という具合である。このような偽りの希望を表明させる誘因が教育の場にあってはならないと考える。かくして第2の問題点は、学生が希望研究室を表明する際に、偽りの表明をさせる誘因が存在するという点である。

問題点3 研究室側に定員がある以上、すべての学生が真の第1希望の研究室に1次選抜で配属されるとは限らない。冒頭の要請を満たす研究室配属制度を対象とするかぎり、このことは容認せざるを得ない。ただし条件がある。それは学生が真の第1希望である研究室 a を1次選抜時点で表明し、研究室 a の選抜の結果で拒否された場合でなければならない。したがって、学生が偽って第2希望の研究室 b を表明し、研究室 b から所属可とされた場合は、この条件を満たしてはいない。逐次選抜制度は、学生が真の第1希望である研究室 a を1次選抜時点で表明したとしたら、研究室 a が所属可としたかもしれないという可能性をチェックせずに隠蔽しているわけである。このことは、偽りの表明にもとづいて決定された研究室配属結果が極めて“不安定な結果”となる可能性があることを意味する。すなわち、研究室配属が終了した後で、この学生と研究室 a とがいえば相思相愛であることが発覚したとき、学生は研究室 a への所属替えを強く希望するであろうし、そのような希望が出されれば研究室 a はその学生の受け入れを強く希望するという次第である。学生が研究室 b での勉学意欲をなくすことは火を見るより明らかであろう。このように不安定な研究室配属結果は断じてあってはならないと考える。かくして第3の問題点は、逐次選抜制度がこのような意味での不安定な研究室配属結果を導出しうるということである。

研究室配属制度やこれに類似した制度は、このような逐次選抜制度以外にもいくつか提案されてきている。しかし、それらは冒頭の要請を満たしつつ、これら3つの問題点を解決したものにはなっていない。たとえば、今野・朱(1991)と今野(1992)は学生をクラスに配分する制度を、Proll(1972)は学生をプロジェクトに配属する制度を、線形計画法を用いてそれぞれ分析している。これらは学生だけがクラスやプロジェクトに対して選好順序をもつ(以下、片側選好という)という点で冒頭の要請を満たしていない。Gärdenfors(1973)は、線形計画法による制度にはいわゆる“選好強度”の問題があると批判し、社会的選択理論と投票理論を用いた制度を提案している。しかし、片側選好のもとでの制度に止まっている点では同様である。宮岸・森(1992)は、学生を学科に配属する独自の制度を、これらの理論を用いずに提案している。しかし、どの学科も所属する学生数がある幅を持った範囲の学科定員内でなければならないという点で冒頭の要請を満たしていない。学生が他の学生の学科に対する真の選好順序を互いに知っているということを仮定している点で問題点2を解決してはいない。

本研究の目的は、冒頭の要請を満たしつつ、さきの3つの問題点を解決することができる新しい研究室配属制度を、ゲーム理論の一分野である社会的マッチング理論¹を用いて設計することにある。

¹ 社会的マッチング現象とは、たとえば入寮者を1部屋2人づつにマッチングする部屋割り現象、プロジェクトと担当者をマッチングするプロジェクト割当現象、球団と選手をマッチングするプロ野球ドラフト会議現象、男性と女性をマッチングする結婚現象、大学と受験生をマッチングする大学入試制度現象、学生と研究室をマッチングするゼミナール配属現象、求人者と求職者をマッチングする就職現象、部課と社員をマッチングする人事異動現象などをさす。社会的マッチング理論は、これらの現象を分析対象とするゲーム理論・社会的選択理論・投票理論からなる。Gale and Shapley JASI14tomi.doc 02.12.26 1:06

2. 「1- q 型」社会的マッチング問題の定式化とゲール・シャプレイのマッチング方式

1.1. 「1- q 型」社会的マッチング問題の定式化

研究室配属問題を想定しながら、「1- q 型」社会的マッチング問題を定式化する。

学生の集合と研究室の集合 研究室配属問題に含まれる主体は、学生と研究室の2つの集団からなる。学生 (students) の集合を $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ とし、 S に含まれる任意の学生を添字のない s であらわす。一方、研究室 (laboratories) の集合を $C = \{c_1, c_2, \dots, c_m\}$ とし、 C に含まれる任意の研究室を添字のない c 、あるいは添字 i ($i=1, 2, \dots, m$) をもつ c_i であらわす。研究室 c_i が所属を許可する学生の定員 (quota) を q_i であらわし、 $q_i \geq 1$ とする。さらに、すべての学生がどこかの研究室に所属できるための必要条件として、 $\sum_i q_i = n$ とする。

研究室に対する学生の選好と学生に対する研究室の選好 学生 s は集合 $C \setminus \{u\}$ に含まれるすべての研究室を所属したさの順で線形 (linear) に並べた学生選好順序 $P(s)$ をもっている。 u (unmatched) は学生にとって“どの研究室にも所属しない状態”を意味する選択肢である。学生選好順序 $P(s)$ において u より上位に順序づけられた研究室は、“所属しない状態”よりも選好されていることから、学生 s から所属したいと評価されていることになる。逆に、 u より下位に順序づけられた研究室は“所属しない状態”よりも選好されていないことから、学生 s から所属したくないと評価されていることになる。学生 s はこのような研究室に所属するよりも、所属しない状態の方が望ましいと判断しているわけである。

一方、研究室 c は集合 $S \setminus \{u\}$ に含まれるすべての学生を所属させたさの順で線形に並べた研究室選好順序 $P(c)$ をもっている。 u (unmatched) は研究室にとって“欠員がある状態”を意味する選択肢である。研究室選好順序 $P(c)$ において u より上位に順序づけられた学生は、“欠員がある状態”よりも選好されていることから、研究室 c から所属させたいと評価されていることになる。逆に、 u より下位に順序づけられた学生は“欠員がある状態”よりも選好されていないことから、研究室 c から所属させたくないと評価されていることになる。研究室 c はこのような学生を所属させるよりも、欠員のある状態の方が望ましいと判断しているわけである。

このように、選択肢 u は学生と研究室にとってそれぞれ意味が異なる。しかし、学生と研究室とのマッチングの観点からみると、学生は u より下位の研究室と、研究室は u より下位の学生とそれぞれ“マッチングされたくない (unmatched)” という意味で共通していることから、一つの変数 u で表してある。任意の学生選好順序 $P(s)$ と研究室選好順序 $P(c)$ を合わせたものを“プロファイル”とよび、 $P = (P(s_1), P(s_2), \dots, P(s_n), P(c_1), P(c_2), \dots, P(c_m))$ とあらわす。

研究室配属問題の解 研究室配属問題の解としてのマッチング結果は、次の(1)(2)(3)の条件をすべて満たす対応 (correspondence) $h: C \rightarrow S \cup C \cup S \cup \{u\}$ によって定義される：

- (1) すべての $s \in S$ に対して、 $|h(s)| = 1$.
- (2) すべての $c_i \in C$ に対して、 $|h(c_i)| = q_i$.
- (3) 任意の $s \in S$ と $c \in C$ に対して、 $h(s) = c \iff s \succ h(c)$.

(1)の意味； $h(s)$ は学生 s にマッチングされる研究室か選択肢 u かのいずれかを要素にもつ集合であり、 $|h(s)| = 1$ は集合 $h(s)$ の要素が1つであること、すなわち学生 s がどこか1つの研究室か選択肢 u かのいずれかにしかマッチングされないことを示している。(2)の意味； $h(c_i)$ は研究室 c_i にマッチングされる学生か選択肢 u かのいずれかを要素にもつ集合であり、 $|h(c_i)| = q_i$ は集合 $h(c_i)$ の要素が q_i であること、すなわち研究室 c_i がその研究室の定員 q_i の学生しかマッチングされないことを示している。もしも定員 q_i の研究室 c_i が結果 h において q_i より少ない r 人の学生しかマッチングされないならば、集合 $h(c_i)$ に含まれる $q_i - r$ 個の要素は u になる。(3)の意味；学生 s に研究室 c が結果 h によってマッチングされる時、かつその時に限り学生 s は研究室

c に結果 h によってマッチングされる学生集合の要素となることを示している．これらをまとめると，結果 h は，研究室の部分集合と学生の部分集合とをマッチングさせ，残りの研究室を欠員がある状態 (u) に，残りの学生をどの研究室にも所属しない状態 (u) にそれぞれマッチングさせたものになる．

任意のプロファイルが与えられたとき，(1)(2)(3)の条件を満足する論理的に可能なすべてのマッチング結果の中から，どのような結果を社会的に選択するべきであろうか．これが「1- q 型」社会的マッチング問題である．

1.2. ゲール・シャプレイのマッチング方式

Gale and Shapley (1962) は，このようなマッチング問題の解を求めるためのマッチング方式を提案している．そこでは，すべての主体の選好順序において“ u が最下位”となっている場合に対する方式の記述に止まっている．この制約を取り除き，本稿の定式化に添って u が選好順序の何位にあっても適用できるように一般化して記述すると，次のようになる (富山, 1992):

『ステップ1:〔学生側〕すべての学生は，自分の選好順序において， u よりも上位に選好しているすべての研究室の中で最も選好している1つの研究室に所属を志願する．

〔研究室側〕所属を志願されたすべての研究室は，自分に所属を志願してきたすべての学生の中から，自分の選好順序において u よりも上位に選好し，かつ最も選好する q_i 人以下の学生の所属志願を受け入れ仮所属とし，それ以外のすべての学生からの所属志願を拒否する．

・
・

ステップ k :〔学生側〕ステップ ($k-1$) で所属志願を拒否されたすべての学生は，これまでに一度も所属志願してなく，かつ自分の選好順序において u よりも上位に選好しているすべての研究室の中で最も選好している1つの研究室に所属を志願する．

〔研究室側〕所属を志願されたすべての研究室は，ステップ k で自分に所属志願してきたすべての学生とステップ ($k-1$) で所属志願を受け入れ仮所属とした学生の中から，自分の選好順序において u よりも上位に選好し，かつ最も選好する q_i 人以下の学生の所属志願を受け入れ仮所属とし (ステップ ($k-1$) で仮所属とした学生が含まれている場合には，仮所属を継続することになる)，それ以外のすべての学生からの所属志願を拒否する．

この方式は，すべての学生が，

- ・何らかの研究室で所属志願を受け入れられ仮所属とされるか，あるいは

- ・自分の選好順序において u よりも上位に選好するすべての研究室から所属志願を拒否されるか，

したステップで終了する．この時点で，それぞれの学生は，所属志願を受け入れ仮所属としてくれた研究室が存在する場合にはその研究室とマッチングされ，そのような研究室が存在しない場合にはどの研究室にも“所属しない状態 u ”とマッチングされる，という結果が導出されることになる．なお，マッチングされた学生数 r が定員 q よりも少なかった研究室は， r 人の学生と ($q-r$) 個の“欠員がある状態 u ”とにマッチングされる．』

このように，学生が研究室に所属を志願していく方式を「学生志願型 GS 方式」とよぶ²．学生と研究室を入れ換えれば，研究室が学生に所属の内定 (または，仮所属) を通知していく方式になる．これを「研究室内定型 GS 方式」とよぶ．

² 学生志願型 GS 方式の変形版として，仮所属学生数が研究室定員を越えた研究室を任意に1つずつ選択していく方式が考えられる．この場合，選択する研究室が任意なので非決定性が存在する．この選択の仕方によって最終的な配属結果が異なると，この変形版には不備があることになる．能登・栗原・大内 (1995) は，抽象書換え系理論を用いてこの変形版の完備性を証明している．また，早川・能登・栗原 (1999) はこの変形版の諸性質を考察している．

3. 研究室配属制度の設計 ～理論的課題の検討～

ここでは、前節で導入した $1-q$ 型マッチング問題とその解を求める GS 方式との組として、研究室配属制度を設計することを考える。そのためには、前節で未吟味となっている次の理論的課題と実践的課題とを解決しなければならない。理論的課題とは、 $1-q$ 型マッチング問題におけるさまざまな解のなかからどのような解を選択すべきなのか、そして GS 方式のどちらを採用すべきなのかという点である。実践的課題とは、これらの理論的課題に対する答えが得られたとき、それは冒頭の要請である“すべての学生をどこかの研究室に必ず配属できる”のか、そのための条件は現実的か、もし非現実ならばどのように緩めればいいのかという点である。

結論を先取りすれば、理論的課題に対してはかなり根拠のある妥当な答えを得ることができる。しかし、その答えにはそのままでは適用できない実践上の課題がある。その課題こそがシミュレーションで答えを探る対象となる。この順に詳しく説明しよう。

解集合の性質を含めた $1-q$ 型マッチング問題の構造分析と GS 方式の性質を含むマッチング方式の分析とが、ゲーム理論と社会的選択理論の枠組みのなかでさまざまに行われてきている。それらを踏まえて、上述の理論的課題に対する答えを得ることとする。なお、紙面の都合で厳密な定式化や証明などは割愛する。詳しくはそれぞれの定理を証明した文献かそれらをレビューしている富山 (1992) を参照されたい。

解集合の性質 マッチング結果の「安定性 (stability)」に係わる次の 3 つの定理に注目したい。結果が安定であるとは、次のような意味で不安定でない結果をいう。相思相愛な学生と研究室とを引き離してマッチングしてしまう結果、学生選好順序において u より下位に選好している研究室を学生にマッチングしてしまう結果、そして研究室選好順序において u より下位に選好している学生を研究室にマッチングしてしまう結果である。このような不安定なマッチング結果は社会的に望ましいとは言えないと考える。

定理 1 (Gale and Shapley, 1962): 任意のプロファイル P に対して、安定結果集合 $C(P)$ である。

定理 2 (Roth, 1985c): 任意の安定結果集合において、すべての学生が任意の安定結果より少なくとも同順位で選好する「学生 - 最適安定結果」が常にただ一つ存在する。同様に、すべての研究室が任意の安定結果より少なくとも同順位で選好する「研究室 - 最適安定結果」が常にただ一つ存在する。

定理 3 (Roth, 1985b): 任意の安定結果集合において、一方の集団にとっての最適安定結果は他方の集団にとっての最悪安定結果である。

定理 1 は、任意のプロファイルに対して安定なマッチング結果が少なくとも 1 つは必ず存在するということを示している。安定結果が 1 つだけしか存在しない場合には、それを研究室配属問題の解とすればよい。しかし、それは常には保証されていない。それでは、安定結果が複数個存在した場合には、その中からどの安定結果を選べばいいのであろうか。この問いに対する答えを示唆しているのが定理 2 である。われわれは「学生 - 最適安定結果」を研究室配属問題の解とすべきと考える。理由はつぎの通りである。一般に、学生が研究室に配属されるということは、その研究室の教官から指導を受けながら、ゼミナール活動や卒業論文の執筆などをトレーニングすることを意味する。そうだとすれば、学生の関心や希望を可能なかぎり尊重したマッチングを行う必要があるからである。しかし、この「学生 - 最適安定結果」にも欠点がある。定理 3 が示すように、「学生 - 最適安定結果」は研究室側にとっては全く逆に最悪安定結果になってしまっているのである。われわれはこの論理的事実を研究室配属問題においてはそう深刻なものとは考えない。なぜならば、自らの関心を抱いて希望に満ちて配属されてくる学生に、精一杯の指導をし、少しでも成長できるように暖かくかつ厳しいトレーニングを課することこそが研究室の役割であるという信念を研究室が共有していると固く信じるからである。

マッチング方式の性質 このような性質をもつ「学生 - 最適安定結果」を研究室配属問題の解として採用するとすれば、これを常に導出することができるマッチング方式を探すことが次の課題となる。じつは、「学

生志願型 GS 方式」は「学生 - 最適安定結果」を常に導出するという性質をもっているのである (Gale and Shapley, 1962)。

さらに、このように「学生 - 最適安定結果」を常に導出するマッチング方式の「戦略的操作可能性 (strategic manipulability)」に係わる次の 2 つの定理に注目したい。マッチング方式が戦略的に操作可能であるとは、何らかの主体 (学生か研究室) が自分の真の選好順序を戦略的に偽って表明することにより、自分にとってより好ましいマッチング結果を導出できるようにマッチング方式を操作することが可能であることをいう。戦略的な操作を可能とするマッチング方式は社会的に望ましいとは言えないと考える。

定理 4 (Roth, 1984): 任意のプロファイルにおいて、学生 - 最適安定結果を常に導出するマッチング方式に対して、学生が戦略的に操作することは不可能である。

定理 5 (Roth, 1985a): 任意のプロファイルにおいて、学生 - 最適安定結果を常に導出するマッチング方式に対して、研究室が自分の選好順序の第 2 位以下を偽ることによって戦略的に操作することは可能である。

定理 4 は、「学生 - 最適安定結果」を導出する「学生志願型 GS 方式」において、学生は自分の真の選好順序を表明することが最も良いマッチング結果を得ることになるということを示している。それでは、研究室側はどうであろうか。定理 5 が示すように、残念ながら部分的に戦略的操作が可能である。

4. おわりに

これらの事から、研究室配属問題の解としての「学生 - 最適安定結果」とそれを導出するマッチング方式としての「学生志願型 GS 方式」との組をもって、研究室配属制度を設計することにする。

この制度の実践的課題については、本冊子所収の細野・富山論文で検討する。

引用文献

- Gale, D. and Shapley, L. 1962. "College Admissions and the Stability of Marriage." *American Mathematical Monthly* 69:9-15.
- Gärdenfors, P. 1973. "Assignment Problem Based on Ordinal Preferences." *Management Science* 20:331-340.
- 早川圭吾・能登正人・栗原正仁. 1999. 研究室配属アルゴリズムの諸性質の考察. 情報処理学会第 58 回全国大会講演論文集 (1), 293-294.
- 今野 浩. 1992. 『数理決定法入門 —キャンパスの OR—』, pp.1-20. 朝倉書店.
- 今野 浩・朱 吉吉. 1991. 最適クラス編成問題—東京工業大学におけるケース・スタディ—. オペレーションズ・リサーチ, 36, 85-89.
- 宮岸宏明・森 雅夫. 1992. ある大学の学科所属方式における学生の申告の安定性について. 統計数理, 40, 2, 153-171.
- 能登正人・栗原正仁・大内 東. 1995. 抽象書換え系理論による講座配属アルゴリズムの完備性の解析. 情報処理学会論文誌, Vol.36, No.10, 2327-2334.
- Proll, L.G. 1972. "A Simple Method of Assigning Projects to Students." *Operational Research Quarterly*, 23, 2, 195-201.
- Roth, A.E. 1984. "Misrepresentation and Stability in the Marriage Problem." *Journal of Economic Theory* 34:383-387.
- Roth, A.E. 1985a. "Common and Conflicting Interests in Two-Sided Matching Markets." *European Economic Review* 27:75-96.
- Roth, A.E. 1985b. "Conflict and Coincidence of Interest in Job matching: Some New Results and Open Questions." *Mathematics of Operations Research* 10:379-389.
- Roth, A.E. 1985c. "The College Admissions Problem is not Equivalent to the Marriage Problem." *Journal of Economic Theory* 36:277-288.
- Roth, A.E. and Sotomayor, M. 1990. *Two-Sided Matching: A Study in Game-Theoretic Modeling and Analysis*. Econometric Society Monographs, Cambridge: Cambridge University Press.
- 富山慶典. 1992. 社会的マッチング理論と大学入試制度. 理論と方法 (Sociological Theory and Methods), Vol. 7, No.2, 61-83.